Ecole d'Ingénieur de l'Université de Toulon

SeaTech 2017/2018

Outils d'Analyses

Travaux Pratiques Numériques :

Transformées de Fourier : à quoi ça sert et pourquoi on l'utilise???

1 Introduction.

Durant les travaux pratiques proposés vous aller tout d'abord apprendre comment faire la transformée de Fourier avec matlab/octave. Également vous aller avoir la possibilité de travailler sur quelques exemples simples pour comprendre et analyser les différents signaux temporels simples (applications dans l'acoustique par exemple...)

Il s'agit de montrer, via quelques exemples classiques, l'utilisation de la transformée de Fourier en pratique. Les champs d'applications de la transformée de Fourier est bien-sur non limité aux quelques exemples considérés dans ce tp.

2 Prise en main de la FFT avec matlab/octave et exemples simples en acoustique

Remarque 1. Cette partie de TP a été préparée avec une précieuse aide de Monsieur Mehmet Ersoy.

Exercice 1. Dans cet exercice, il s'agit de comprendre et d'analyser des signaux temporels simples (musique, onde, . . .).

1. On considère le signal $S(t) = a\cos(2\pi k t),\ t \in [0,1]$ d'amplitude $a = 2$ et de fréquence $k = 50$.

   a) Tracer $k \to TF(S)(k)$ et retrouver graphiquement l'amplitude et la fréquence du signal f.

   b) Vérifier que $\mathscr{R}(TF(S)) \neq 0$ et $\mathscr{I}(TF(S)) = 0$ où $\mathscr{R}(X)$, $\mathscr{I}(X)$ désignent respectivement la partie réelle et imaginaire de X.

   Indication : on utilise `abs` pour le module, `real` pour $\mathscr{R}$ et `imag` pour $\mathscr{I}$. Vous pouvez utiliser l'exemple de code "`exo1_1.m`" fourni à l'adresse `http://moca-big.univ-tln.fr/1A/OA/TP_OA/Codes/`.

2. On considère le signal $S(t) = a\sin(2\pi k t),\ t \in [0,1]$ d'amplitude $a = 2$ et de fréquence $k = 50$.

   a) Tracer $k \to TF(S)(k)$ et retrouver graphiquement l'amplitude et la fréquence du signal f.

   b) Vérifier que $\mathscr{R}(TF(S)) = 0$ et $\mathscr{I}(TF(S)) \neq 0$ où $\mathscr{R}(X)$, $\mathscr{I}(X)$ désigne respectivement la partie réelle et imaginaire de X (on utilise `abs` pour le module, `real` pour $\mathscr{R}$ et `imag` pour $\mathscr{I}$).

3. Tracer la transformée de Fourier du signal $S(t) = a_1\cos(2\pi k_1 t) + a_2\sin(2\pi k_2 t)$ pour $t \in [0,1]$ avec $a_1 = 2$, $a_2 = 1$, $k_1 = 50$ et $k_2 = 100$.

4. On considère l'échantillonnage (de fréquence $1kHz$) d'un signal bruité S_b contenu dans un fichier de données "`bruit.dat`" disponible à l'adresse `http://moca-big.univ-tln.fr/1A/OA/TP_OA/Codes/` au format $t_i, S_b(t_i)$ pour chaque ligne.

   a) A l'aide des questions précédentes, déterminer le(les) fréquence(s) ainsi que leur(s) amplitude(s), puis définir le signale dé-bruité qu'on note S.

   b) Tracer S et S_b sur une même fenêtre graphique et calculer la norme l_2 de $S - S_b$. Peut-on faire mieux?

   Indication : pour charger le fichier "bruit.dat", on utilise la commande `load('nom de fichier')`. Ce fichier étant constitué de deux colonnes, la commande `DAT = load('bruit.dat')` construit une matrice à deux colonnes. Pour extraire la première colonne de `DAT`, on utilisera la commande `DAT(:,1)`.

3 Initiation aux traitement des images

Exercice 2. Le but de cet exercice est d'étudier les effets de la manipulation de la phase et du module de la transformée de Fourier sur des images en niveau de gris (binaires). Le traitement d'images digitales s'intéresse à la manipulation et l'analyse des images discretisées à partir de signaux continus.

Le traitement d'images est présenté sous des formes variées, cependant nous nous intéresserons principalement à la partie manipulation des images.

On a vu en cours que la transformée de Fourier est une fonction complexe, qui a pour chaque composante un module et une phase. Le module de la transformée de Fourier ne contient que peu d'informations. L'information utile est dans les contours. On remarque que cette information se retrouve essentiellement dans la phase de la transformée de Fourier.

Je vous propose de faire quelques expériences numériques issues de l'expérimentation de Openheim et Lim [voir article 1. dans les références], qui ont démontrés que la phase (composante de la transformée de Fourier) est cruciale pour la perception des structures dans les images. D'autres études psychologiques indiquent que le système visuel humain répond fortement aux points dans une image, où l'information de la phase est elevée.

A l'adresse `http://moca-big.univ-tln.fr/1A/OA/TP_OA/Codes/` vous aller trouver deux images *Yoda.jpg* et *DarkVador.jpg* pour faire vos expériences et trois fonctions qui vous donneront la réponse à trois questions:

1. Quelle est l'effet du remplacement de la phase de la transformée de Fourier par une constante pour une image donnée? (code "`Phase_Constante.m`")

2. Quelle est l'effet du remplacement du module de la transformée de Fourier par une constante pour une image donnée? (code "`Module_Constante.m`")

3. Quelle est l'importance de la phase en considérant deux images : la phase de la transformée de Fourier de la première image est remplacée par une constante, le module de la transformée de Fourier de la seconde image est remplacé par une constante? Qu'est-ce qu'on constate ? (code "`Supperposition.m`")

A vous d'étudier les programmes et comprendre comment ils marchent. Également, je vous propose quelques adresses où vous pourrez vous initier aux transformée de Fourier en 2D, peut-être mieux comprendre les transformées de Fourier, etc...

Remarque 2. Une fois tout est fait, vous devez rentre un compte-rendu dans 15 jours qui suivent la date de votre TP d'Outils d'Analyse. Bon travail!!!

4 Références

1. The importance of phase in signals, A. V. Openheim and J. S. Lim. Proceedings of the IEEE 69:529-541, 1981 (voir sur `http://moca-big.univ-tln.fr/1A/OA/TP_OA/`)

2. `http://tf2d.free.fr/index.php?cours=021_Introduction`

3. `http://picatout-jd.blogspot.fr/2013/02/enfin-une-explication-simple-de-la-fft.html`

4. https://www.youtube.com/watch?v=ykNtIbtCR-8