

Analyse Numérique Travaux Pratiques II

Interpolation polynômiale.

Le but de ce TP est de mettre en évidence certains phénomènes liés à l'interpolation des fonctions.

Note : vous trouverez à l'adresse http://ersoy.univ-tln.fr/documents/teaching/TP2_ANA.zip tous les documents nécessaires à la réalisation de ce TP. Il s'agit d'un programme "prog1.f", "prog2.f" et "tp2.f".

Exercice 1.

Phénomène de Runge (points équidistants). Considérons les fonctions

$$f_1(x) = \cos(x), \quad \text{et} \quad f_2(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in [a, b].$$

avec $a = -5$ et $b = 5$. Soit entier $n > 0$. On considère la subdivision régulière $x_i = a + i \frac{(b-a)}{n}$, $0 \leq i \leq n$. En utilisant la méthode des différences divisées, calculer le polynôme d'interpolation de f_1 et f_2 pour 3, 5, ou 11 points équidistants. Conclusion ?

Exercice 2.

Interpolation aux points de Tchebychev. Considérons les mêmes fonctions que dans l'exercice précédent. Refaire les calculs en utilisant la subdivision de Tchebychev. Comparer les résultats avec ceux de l'exercice 1. Conclusion ?

Indications : Les points d'interpolation de Tchebychev d'ordre n sur un intervalle $[a, b]$ sont donnés par $x_i = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{2i+1}{2n+2} \pi\right)$, $0 \leq i \leq n$.

Exercice 3.

Trouver le polynôme d'interpolation de Lagrange de la fonction

$$f(x) = \frac{1}{2-x}, \quad x \in [-1, 2[, \quad \text{aux points } 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \text{ et } 1.$$

Indications : Observer la disposition des points dans l'intervalle $[0, 1]$. Ensuite, tracer f et p sur $[-1, 2[$.